Настаўніцкая газета
№ 8 (8870), 30 студзеня 2024 года

Решай и проверяй

Фото Олега ИГНАТОВИЧА.

Снимок используется в качестве иллюстрации.

В 2023 году в централизованном экзамене (далее – ЦЭ) по математике приняли участие 20 562 выпускника учреждений общего среднего образования, из которых 86,1 % проживают в городской местности и 13,9 % – в сельской местности. Юношей, сдававших ЦЭ, на 4945 больше, чем девушек. Однако средний балл за экзаменационную работу немного выше у девушек – 60,09 (у юношей – 59,26).

Максимально возможный балл (100) имеют 300 участников ЦЭ, из которых 99 – выпускники средних школ, 134 – выпускники гимназий, 67 – выпускники лицеев. Девушек среди них – 101, юношей – 199.

Анализ результатов выполнения экзаменационной работы по разделам

Числа и вычисления

Для выполнения заданий данного раздела необходимо уметь: определять правильные и неправильные дроби; составлять и решать пропорции; применять признаки делимости для определения кратности числа; применять значения выражений arcsin*a* и arccos*a* при *a*, равном 0, $\pm\frac{1}{2}$, $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, ±1, для вычисления значений выражений.

Самый высокий результат (85,28 %) показали экзаменуемые при выполнении задания А7 на определение скорости велосипедиста. Для решения этого задания участникам экзамена необходимо было в первую очередь определить зависимость между расстоянием и временем движения при постоянной скорости движения. Около 15 % участников не знали, что это прямая пропорциональная зависимость.

В задании В1 необходимо было определить, кратно ли одно число другому, то есть делится ли одно число на другое без остатка. Это можно было сделать, применяя известные признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10 или выполняя деление. Правильно выполнили это задание 78,17 % участников экзамена.

Задание А1, в котором необходимо было выбрать среди значений переменной *x*, равных 14; 11; 12; 15 и 13, то, при котором дробь $\frac{x}{12}$ является правильной, вызвало почти у 40 % участников экзамена затруднение. Более того, 32,18 % экзаменуемых ошибочно выбрали значение *x*, равное 12, то есть считали дробь, равную 1, правильной. Дроби, у которых числитель меньше знаменателя, называют правильными. Правильные дроби меньше 1. Дроби больше или равные 1 называются неправильными.

Наиболее низкий процент выполнения (44,34) среди заданий раздела у задания В12 на вычисление значения выражения $\frac{78}{\pi}\cdot\arccos\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$. Для выполнения этого задания необходимо было уметь находить числовые значения выражений $\sin\frac{2\pi}{3}$, $\sin\frac{5\pi}{6}$, $\cos\frac{9\pi}{4}$, $\cos\frac{7\pi}{3}$, $\sin\frac{3\pi}{4}$, а также знать определения арксинуса и арккосинуса числа. Такие задания вызывают затруднения у более чем 64 % выпускников средних школ, а для более чем 65 % выпускников гимназий и лицеев они посильны. Отметим, что аналоги таких заданий представлены в учебном пособии «Алгебра» для 10 класса (авт. И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко).

Отметим, что 67,51 % участников ЦЭ 2023 года справились со всеми заданиями данного раздела.

Выражения и их преобразования

В данном разделе проверялись умения: составлять математическую модель по условию текстовой задачи; находить модуль числа; преобразовывать выражения с использованием свойств степени с рациональным показателем; применять формулы приведения для преобразования выражений.

Указать номер выражения, которое является суммой двух последовательных натуральных чисел, меньшее из которых равно, например, *b*, смогли 59,02 % участников экзамена (задание А2). Для выполнения этого задания экзаменуемые могли проводить следующие рассуждения: если меньшее из двух последовательных натуральных чисел равно *b*, то большее равно *b*+1, тогда их сумма равна 2*b*+1. Однако каждый пятый участник выбрал выражение *b*+1 в качестве правильного ответа и около 12 % экзаменуемых – выражение 2*b*+2. Возможными причинами этих ошибок могут быть неумение провести анализ условия задания и неумение определить зависимости между величинами.

Анализ статистических данных выполнения задания А8 на упрощение выражения |*a*-13|-|-6| при *a*>13 показывает, что более 63 % экзаменуемых знали определение модуля числа и умели применить его для преобразований. Около 20 % участников ошибочно выполнили упрощение этого выражения. Они заменили обозначение модуля на скобки и получили: |*a*-13|-|-6|=(*a*-13)-(-6)=*a*-13+6=*a*-7. Правильно: |*a*-13|-|-6|=*a*-13-6=*a*-19. Так как для *a*>13 выражение *a*-13>0, то |*a*-13|=*a*-13 и |-6|=6.

Знали значения tg*a* при *a*, равном $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$, и владели формулами приведения более 36 % экзаменуемых, выполнявших задание В6 (Найдите значение выражения $27\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\frac{17\pi}{6}$.). К типичным ошибкам, допущенным при выполнении задания, можно отнести неверное определение знака значения, которое имеет в соответствующей четверти функция *y*=tg*x* (более 15 % участников), и ошибки, связанные с незнанием правил, по которым определяется, меняется ли название функции (тангенс на котангенс).

Смогли упростить выражение $\frac{(1+a^{1/8})(a^{1/8}-1)}{8^{-1}}$ и найти его значение при *a*=81 (задание В7) 53,48 % участников экзамена. Анализ ответов показывает, что экзаменуемые испытывали затруднения при:

– выполнении сокращенного умножения суммы и разности двух выражений;

– применении свойства степени с целым отрицательным показателем. Например: $8^{-1}=\frac{1}{8}$. Около 3 % участников ошибочно считали 8^{-1}=-8;

– применении свойства степени с рациональным показателем (возведение степени в степень). Например: $(a^{1/8})^2=a^{1/4}$.

Около 3 % участников экзамена в задании В7 получали ошибочные ответы, производя действия со значением переменной *a*, и не учитывали вида данного в условии выражения.

Больше половины испытуемых успешно справились с заданиями раздела «Выражения и их преобразования».

Уравнения и неравенства

Заданиями данного раздела контролировались умения: определять решения системы линейных неравенств с одной переменной; равносильных неравенств; решать системы квадратных неравенств с одной переменной; показательные уравнения; иррациональные уравнения; тригонометрические уравнения; логарифмические неравенства; текстовые задачи с практическим содержанием; текстовые задачи (на составление системы линейных уравнений с двумя переменными).

Более 80 % участников верно определили среди пяти предложенных чисел то, которое являлось решением системы неравенств (задание А4).

А4. Среди чисел $\sqrt{15}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{17}$, $\sqrt{23}$ укажите то, которое является решением системы неравенств $\begin{cases} x\geq 3, \\ x<4. \end{cases}$

1) $\sqrt{15}$; 2) $\sqrt{7}$; 3) $\sqrt{3}$; 4) $\sqrt{17}$; 5) $\sqrt{23}$.

Для выполнения этого задания достаточно было подставить в каждое неравенство системы значение переменной и убедиться, что при нем каждое неравенство системы обращается в верное числовое неравенство. Также можно было найти множество всех решений системы неравенств и проверить, принадлежат ли данные числа этому множеству.

Задание А10 на определение пар равносильных неравенств вызвало затруднение у всех выпускников учреждений общего среднего образования (средний процент выполнения – менее 10).

А10. Укажите номера пар, которые состоят из равносильных неравенств.

1) $x\geq\sqrt{21}$ и $x\leq\sqrt{21}$; 2) $(x-13)^2\geq 0$ и $x^2-x+13>0$;
3) $7x^2>13x$ и $7x>13$; 4) $x^2-x-56<0$ и $(x-8)(x+7)<0$;
5) $(0,8)^{x-7}<0,8$ и $x>8$.

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

Чтобы успешно выполнить данное задание, участникам экзамена достаточно было знать, что неравенства, имеющие одно и то же множество решений, называются равносильными. Особенностью этого задания было то, что в нем могло быть два и более правильных ответа. Более 80 % испытуемых определили пару равносильных неравенств $x^2-x-56<0$ и $(x-8)(x+7)<0$. Около 60 % участников определили пару равносильных неравенств $(0,8)^{x-7}<0,8$ и $x>8$. Но только каждый пятый экзаменуемый знал, что неравенства $(x-13)^2\geq 0$ и $x^2-x+13>0$ являются равносильными, так как имеют одно и то же множество решений (множество всех действительных чисел). В учебном пособии «Алгебра» для 8 класса (авт. И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко) представлены алгоритмы решения аналогичных неравенств. Почти 36 % абитуриентов считали деление обеих частей неравенства на переменную *x* тождественным преобразованием. Таким образом, пара неравенств $7x^2>13x$ и $7x>13$ была ошибочно ими включена в правильный ответ.

Система квадратных неравенств с одной переменной (задание В14) также вызвала у участников экзамена затруднения (средний процент выполнения – 24,29).

В14. Найдите произведение наименьшего целого решения на количество всех натуральных решений системы неравенств $\begin{cases} 124-x^2>0, \\ x^2-4x>0. \end{cases}$

Первое затруднение вызвано решением неравенства $124-x^2>0$. Решением этого неравенства является интервал $(-2\sqrt{31}; 2\sqrt{31})$. Далее, решив систему неравенств, участники получили множество $(-2\sqrt{31}; 0)\cup(4; 2\sqrt{31})$, на котором не смогли определить наименьшее целое решение и количество всех натуральных решений. Около 7 % испытуемых, правильно определив наименьшее целое решение системы неравенств, вместо количества натуральных решений нашли количество всех целых решений.

На ЦЭ в части В экзаменационной работы предлагались три вида уравнений и один вид неравенства.

В9. Значение выражения $9^{\log_3(6-x_0)}$, где x_0 – корень уравнения $4^x\cdot 3^{x+1}=36\sqrt{144^{2x+9}}$, равно … .

В15. Найдите сумму корней (корень, если он единственный) уравнения $\sqrt{8x^2-18x+5}=x-1$. В ответ запишите полученный результат, увеличенный в 14 раз.

В17. Найдите (в градусах) сумму различных корней уравнения $\sin^2\frac{3x}{2}-\cos^2\frac{3x}{2}=1$ на промежутке [-365°; -45°].

В18. Найдите произведение наибольшего целого решения на количество всех натуральных решений неравенства $\log_5^2(17-x)\geq\log_5(17-x)$.

К выполнению этих заданий приступали более 70 % экзаменуемых.

В задании В9 предлагалось показательное уравнение вида $a^{f(x)}=a^{g(x)}$, где $a\neq 1$, $a>0$, которое равносильно уравнению f(x)=g(x). Для его выполнения необходимо уметь представлять число в виде степени с некоторым основанием. Так, в уравнении $4^x\cdot 3^{x+1}=36\sqrt{144^{2x+9}}$ и левую, и правую части необходимо было представить в виде степени с основанием 12. Продемонстрировали умение решать показательное уравнение и применять основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b}=b$ для вычислений 64,22 % выпускников лицеев, 48,96 % выпускников гимназий и 20,06 % выпускников средних школ.

При решении иррационального уравнения не всегда удается от данного уравнения перейти к равносильному ему уравнению. Если преобразования были не равносильными, то проверка полученных корней обязательна. Смогли реализовать один из способов решения иррационального уравнения вида $\sqrt[2n]{f(x)}=g(x)$, $n\in N$ 35,29 % участников экзамена (задание В15). Первый способ заключается в переходе к равносильной системе $\begin{cases} f(x)=(g(x))^{2n}, \\ g(x)\geq 0, \end{cases}$ а второй способ основывается на возведении обеих частей уравнения в степень *2n* с последующей проверкой корней. Для 18,9 % экзаменуемых причиной ошибок, допущенных при решении этого иррационального уравнения, стало неумение отобрать посторонние корни.

Для решения тригонометрического уравнения $\sin^2\frac{3x}{2}-\cos^2\frac{3x}{2}=1$ (задание В17), можно было с помощью формулы косинуса двойного аргумента преобразовать левую часть уравнения и получить уравнение вида cos3x=-1. С этим заданием справилось больше половины выпускников лицеев, 41,26 % выпускников гимназий и 15,36 % выпускников средних школ. При его выполнении около 80 %

испытуемых неверно применили формулу косинуса двойного аргумента $\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a$, формулу корней уравнения $\cos x=a$ для $a=-1$, не смогли найти корни уравнения на заданном промежутке. Около 10 % экзаменуемых получили в ответе положительное число, хотя в условии дан промежуток [-365°; -45°], что указывает на неумение выполнить самопроверку полученного результата.

На основе анализа ответов выделим типичные ошибки, допущенные больше чем половиной участников ЦЭ при решении логарифмического неравенства методом замены переменной (задание В18):

– неправильно ввели замену переменной;

– не нашли решение квадратного неравенства, полученного после введения новой переменной;

– ошибочно записали объединение промежутков в виде системы неравенств, а не совокупности неравенств;

– не учли область определения логарифмической функции;

– ошиблись в определении наибольшего целого решения неравенства и количества всех натуральных решений.

Задание В18 выполнили 17,31 % экзаменуемых.

Сложными заданиями раздела «Уравнения и неравенства», как правило, являются текстовые задачи (задания В8 и В19). Возможно, причина этого заключается в неумении испытуемых:

– построить математическую модель на основании текстовой информации;

– найти связи между известными и неизвестными величинами;

– совершить логические переходы, используя факты, свойства, теоремы;

– выбрать наиболее рациональный способ вычисления.

Например, из условия задания В8 на нахождение наибольшей суммы (в рублях), которую может потерять Маша, вернув билет, понятно, что сумма возврата не может быть больше, чем потраченная сумма. Однако ответами у 5 % участников являются числа большие, чем потраченная сумма, отрицательные числа, дроби. Около 10 % экзаменуемых нашли 75 % не от стоимости билета, как указано в задаче, а от суммы, которую заплатила Маша при покупке билета. С этим заданием справились 30,99 % участников экзамена.

Для успешного выполнения задания В19 *«При делении некоторого натурального двузначного числа на сумму его цифр неполное частное равно 6, а остаток равен 7. Если цифры данного числа поменять местами и полученное число разделить на сумму его цифр, то неполное частное будет равно 4, а остаток будет равен 6. Найдите исходное число.»* необходимо было уметь представлять натуральное число в виде суммы остатка и произведения частного (неполного частного) и делителя, а также составлять и решать системы линейных уравнений с двумя переменными. Более 34 % экзаменуемых справились с этим заданием. Анализируя ответы испытуемых, можно сделать вывод, что большинство при решении не учитывало условие задачи. Так, по условию необходимо было найти некоторое натуральное двузначное число, но среди ответов выпускников большое количество однозначных, трехзначных, четырехзначных чисел, отрицательных чисел и дробей. Это может указывать на незнание определения натурального числа и количества цифр в записи двузначного числа. Еще одной причиной невыполнения этого задания может быть неумение записать многозначное (в данном случае – двузначное) число в виде суммы разрядных слагаемых.

В каждой из задач (В8 и В19) можно было выполнить проверку результата, чтобы убедиться в правильности полученного ответа. Однако пренебрежение проверкой и вычислительные ошибки почти 70 % экзаменуемых не позволили получить правильный ответ.

Треть участников экзамена выполнила все задания этого раздела.

Координаты и функции

Для выполнения заданий данного раздела необходимо уметь: находить значения функции при заданном значении аргумента; находить нули функции; использовать информацию, представленную на столбчатой диаграмме, для решения задач, интерпретировать данные диаграммы; находить разность арифметической прогрессии, заданной членами; формулу *n*-го члена арифметической прогрессии; сумму *n* первых членов арифметической прогрессии; применять правила вычисления производных функций и определять точки экстремума функции.

Для 70 % участников экзамена не составило труда определить значение аргумента, при котором значение функции $f(x)=\sqrt{x}$ меньше числа $\frac{1}{8}$ (задание А5). Однако более 16 % экзаменуемых не смогли сравнить дроби с одинаковыми числителями. Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше. Например, $\frac{1}{7}>\frac{1}{8}$.

При выполнении задания А6 на нахождение нулей функции почти у 60 % испытуемых возникли трудности из-за незнания понятия «нуль функции» и неумения найти нули функции, заданной аналитически (формулой). То есть, чтобы найти нули функции $y=f(x)$, необходимо решить уравнение $f(x)=0$. Особенность задания А6 заключается в том, что в нем может быть два и более правильных ответа. Больше 85 % участников экзамена верно определили, что значение аргумента, равное -6, является нулем функции $f(x)=x^2-36$, больше 65 % испытуемых правильно выбрали логарифмическую функцию $f(x)=\log_3(x+7)$ и функцию $f(x)=\sqrt{x+6}$. При этом больше 10 % участников для квадратичной функции $f(x)=x^2-7x+6$ и линейной функции $f(x)=x-6$ ошибочно определили нулем функции число -6. Это задание оказалось посильным для 44,90 % участников экзамена.

Важной стороной математического образования является практическая, связанная с умением выполнять математические расчеты, анализировать, читать и обрабатывать информацию, представленную в виде диаграмм, таблиц, графиков. На ЦЭ для выполнения задания В2 необходимо было уметь использовать данные столбчатой диаграммы. Успешно справились с этим заданием 76,07 % участников. Ошибки, которые допускали экзаменуемые при выполнении этого задания, свидетельствуют о неумении: находить цену одного деления; связывать текст с информацией, представленной в виде диаграммы; извлекать необходимые числовые данные из диаграммы; выполнять необходимые расчеты с процентами.

Представления об арифметической прогрессии, умение находить ее разность, составлять формулу *n*-го члена для вычисления ее членов, применять формулу суммы *n* первых членов арифметической прогрессии контролировались с помощью задания В4. Это задание оказалось посильным для 72,56 % участников экзамена. Однако 10 % испытуемых ошиблись при нахождении разности арифметической прогрессии: они отняли второй член от первого, а не наоборот. Проверить себя они могли, используя определение арифметической прогрессии: каждый следующий член арифметической прогрессии равен предыдущему, сложенному с разностью прогрессии. Основными причинами ошибок, допускаемых испытуемыми при решении заданий на арифметическую прогрессию, являются незнание формулы суммы *n* первых членов арифметической прогрессии, неверное ее применение, а также незавершенность вычислительных операций.

Знание алгоритма нахождения точек экстремума функции продемонстрировали 37,63 % экзаменуемых (задание В11). Как показывает анализ ответов испытуемых, более 35 % из них верно определили точки из области определения функции, в которых производная равна нулю или не существует, но не смогли верно найти знак производной на промежутках и, значит, применить признаки точек максимума и минимума функции. Около 5 % участников в этом задании не смогли найти производную функции, например, $f(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-15x^2$, используя правила вычисления производной суммы, степени и вынесения постоянного множителя за знак производной.

Задания по разделу «Координаты и функции» имеют практическую направленность, а также являются основой для изучения отдельных тем в высшей математике. Владение свойствами функций продемонстрировали 60 % экзаменуемых.

Геометрические фигуры и их свойства

В данном разделе проверялись умения: узнавать плоские и пространственные фигуры; применять свойства фигур на плоскости и пространственных фигур; строить сечения многогранников плоскостью на основании аксиом и следствий из них, теоремы о параллельности прямой и плоскости; вычислять градусную меру вписанного угла, длину ломаной, площади многоугольников, объем шара, угол между плоскостями.

В экзаменационную работу было включено 3 задачи по планиметрии (одна в части А и две в части В) и 5 задач по стереометрии (одна в части А и четыре в части В). Средний процент выполнения задач по планиметрии всеми участниками экзамена равен 49,47, а средний процент выполнения задач по стереометрии – 37,85.

В четырех заданиях из восьми были предложены рисунки (задания А3, А9, В3, В5). Наличие рисунка в геометрической задаче помогает осмыслить текстовые данные и дает, как правило, дополнительную информацию, необходимую для решения задачи.

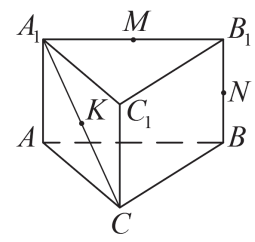
При выполнении задания А3, которое содержало рисунок, более 73 % испытуемых продемонстрировали знание теоремы о вписанном угле (вписанный угол равен половине соответствующего ему центрального угла, а также половине дуги, на которую он опирается). Однако почти каждый пятый участник экзамена ошибочно считал, что сумма градусных мер вписанного и центрального углов равна 180°. В данном случае наличие рисунка с обозначенными на нем углами не способствовало актуализации знаний и умений этих испытуемых.

В целом сложность геометрических задач заключается в многообразии геометрических конфигураций и сложности алгоритмизации их решения. Например, в задании В10 необходимо было найти площадь параллелограмма. Из курса математики 8 и 9 классов экзаменуемые знают две формулы для нахождения площади параллелограмма: $S=ah$ (1), где *a* – длина одной из сторон параллелограмма, *h* – высота, проведенная к стороне *a*, и $S=ab\sin\alpha$ (2), где *a*, *b* – длины сторон параллелограмма, α – угол между сторонами *a* и b параллелограмма. Успешность решения задания не зависела от того, какую формулу для вычисления площади параллелограмма выбрал участник экзамена. В данном случае выбор формулы мог основываться только на владении вычислительными навыками. Так, около 3 % экзаменуемых правильно вычислили площадь параллелограмма, но не смогли найти значение выражения $\sqrt{3}\cdot S$, где *S* – площадь параллелограмма, как требовалось по условию задачи. Более 38 % участников правильно выполнили данное задание.

В задании В5 в основе геометрической конфигурации лежал прямоугольный треугольник. Данное задание было направлено на проверку знания элементов прямоугольного треугольника, соотношений между сторонами и углами прямоугольного треугольника, умения вычислять площадь прямоугольного треугольника. Для его выполнения необходимо было знать, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы. Выбор формулы для вычисления площади прямоугольного треугольника в данном случае играл важную роль. Поскольку по условию задачи легко определялись гипотенуза и высота, проведенная к ней, то можно было найти площадь прямоугольного треугольника как половину произведения высоты и гипотенузы. Однако больше половины участников экзамена пытались вычислить площадь прямоугольного треугольника как половину произведения катетов. Увеличение количества шагов решения привело к вычислительным ошибкам. Почти 37 % испытуемых успешно выполнили это задание. Около 5 % участников ошибочно нашли площадь прямоугольного треугольника как произведение высоты и гипотенузы.

Смогли найти длину пространственной ломаной (задание А9) 70,66 % экзаменуемых. Для выполнения задания необходимо было дважды применить теорему Пифагора для вычисления длин диагоналей разных граней прямоугольного параллелепипеда и знать, что длина ломаной равна сумме длин ее звеньев. Типичные ошибки 15 % участников были связаны с тем, что они не смогли понять, из каких отрезков состояла требуемая ломаная, и ошибочно считали, что сумма трех измерений прямоугольного параллелепипеда равна длине данной ломаной.

Задание множественного выбора по данному разделу (задание В3), направленное на проверку знания аксиом стереометрии; следующих понятий: пересекающиеся прямые, скрещивающиеся прямые, пересекающиеся прямая и плоскость, параллельные прямая и плоскость; признака параллельности прямой и плоскости, было посильным для 44,13 % испытуемых. Для выполнения этого задания не требовались вычисления. Однако, чтобы выполнить его, участники экзамена должны уметь проводить аргументированные рассуждения и делать выводы. Например, 10 % экзаменуемых посчитали верным утверждение «прямая *NK* лежит в плоскости AA_1B_1». Доказать, что это утверждение неверное, можно, основываясь на аксиоме: если две точки прямой лежат в плоскости, то каждая точка этой прямой принадлежит плоскости (то есть прямая лежит в плоскости). Таким образом, только точка *N* прямой *NK* принадлежит плоскости AA_1B_1, значит, эта прямая пересекает плоскость в точке *N* (см. рис.).



Около 13 % экзаменуемых считали скрещивающиеся прямые *MN* и *BC*; *MK* и *AB* пересекающимися. Возможная причина этого в недостаточно развитом пространственном воображении и незнании аксиом стереометрии.

Среди участников экзамена 31,21 % смогли построить сечение пирамиды плоскостью, параллельной одному из ее ребер, доказать, что это сечение прямоугольник, и вычислить его площадь (задание В13). Для вычисления длин сторон сечения необходимо было знать свойство средней линии треугольника. Около 3 % испытуемых производили действия с данными в задаче числами без учета каких-либо соотношений.

Нашли объем шара по формуле $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ (задание В16) 27,31 % участников. Затруднение у выпускников вызвало нахождение радиуса шара. Не все знали, что большой круг шара проходит через центр шара и имеет радиус, равный радиусу шара. Часть экзаменуемых не смогла применить теорему синусов для нахождения радиуса большого круга шара.

Менее 10 % выпускников средних школ, 30 % выпускников гимназий и 43,33 % выпускников лицеев нашли угол между плоскостями (задание В20). Трудности при выполнении этого задания были связаны с построением линейного угла двугранного угла. Также вызвало затруднение нахождение площади ромба по известным длине стороны ромба и значении косинуса острого угла ромба.

Незнание аксиом измерения отрезков, углов, площади, объема у 5 % испытуемых привело к получению отрицательного числа при нахождении геометрических величин (длины отрезка, площади фигуры, объема тела).

Для успешного выполнения геометрических заданий необходимы: знание теоретического материала (аксиомы, теоремы, формулы, соотношения); умение изображать геометрические фигуры на плоскости и в пространстве; умение применять теоретический материал при решении задач на доказательство и вычисление.

В заключение отметим, что вычислительные ошибки остаются одной из причин неверного выполнения заданий: правильно строя рассуждения, зная алгоритмы решения, испытуемые часто ошибаются в промежуточных вычислениях, что может свидетельствовать о неумении проводить проверку полученного результата. Внимательное и осознанное прочтение условия задания является первым шагом к успешному выполнению экзаменационной работы.

Материал подготовлен Республиканским институтом контроля знаний.